3°/ $g(x)=\ln(\ln x)$ où $x>1$

g est définie, continue, dérivable sur $]1,+\infty[$, $g'(x)=\dfrac{1}{x\ \ln x}>0$

x	1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	
$g(x)$	‖	↗	$+\infty$
	$-\infty$		

g est continue, strictement croissante sur $]1,+\infty[$ donc g est une bijection de $]1,+\infty[$ sur $g(]1,+\infty[)=\mathbf{R}$.

Solution 9 :

1°/ $D_m=\{x\in\mathbf{R}\ /\ x^2+m\geq 0 \text{ et } x+\sqrt{x^2+m}>0\}$

- Si $m>0 \Rightarrow \forall x\in\mathbf{R}$, $x^2+m>0$ et $x^2+m>x^2 \Rightarrow$
$\sqrt{x^2+m}>|x|>-x \Rightarrow \sqrt{x^2+m}+x>0$ d'où $D_m=\mathbf{R}$
- Si $m=0 \Rightarrow x+\sqrt{x^2}=x+|x|\geq 0$
$x+|x|=0 \Leftrightarrow |x|=-x \Leftrightarrow x\in\mathbf{R}_- \Rightarrow D_m=\mathbf{R}_+^*$
- Si $m<0$ alors $(x^2+m\geq 0 \Leftrightarrow x\in]-\infty,-\sqrt{-m}\,]\cup[\sqrt{-m},+\infty[)$

Etudions le signe de la fonction $g(x)=x+\sqrt{x^2+m}$ sur
$]-\infty,-\sqrt{-m}\,]\cup[\sqrt{-m},+\infty[$:

$$g(x)=0 \Leftrightarrow x+\sqrt{x^2+m}=0 \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x^2+m}=-x\\ x\leq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=0\\ x\leq 0\end{cases}$$

impossible car $m<0$

d'où $\forall x\in]-\infty,-\sqrt{-m}\,]\cup[\sqrt{-m},+\infty[$, $g(x)\neq 0$ et comme g est continue sur chacun des intervalles
$]-\infty,-\sqrt{-m}\,]$ et $[\sqrt{-m},+\infty[$ donc elle garde un signe constant sur chacun de ces deux intervalles.